

Mercados e Interacciones Estratégicas

Parte 2: Poder y negociación en redes

Basado en Easley, D. y J. Kleinberg (2010). *Networks, Crowds, and Markets*, capítulo 12

Ruth Lara, Rafael Barrera y Adolfo Rey

Universidad de los Andes

Semana 3

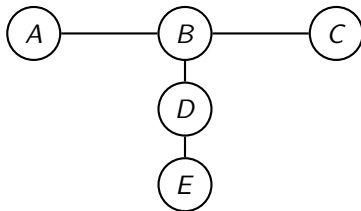
Contenido

- 1 Poder en redes sociales y experimentos (12.1–12.4)
- 2 Modelos de interacción entre dos personas (12.5–12.6)
- 3 Modelando el intercambio en redes (12.7–12.8)
- 4 Material avanzado: la negociación como juego (12.9)
- 5 Síntesis

El poder como propiedad de una relación

- ¿El poder es un atributo del *individuo* o de la *posición* que ocupa en la estructura social?
- Richard Emerson: el poder es propiedad de una **relación**, no de una persona. Tiene más sentido preguntar cuándo *A* tiene poder *sobre B* que declarar que *A* “es poderoso”.
- Una relación **produce valor** para ambas partes, y ese valor puede repartirse de forma igual o desigual: **intercambio social**.
- **El poder es el desbalance de ese reparto.**
- El desbalance puede venir de las personalidades, pero también de la red en que la relación está inmersa: **teoría del intercambio en redes** (network exchange theory).

Una posición poderosa



- Cinco personas; las aristas son amistades fuertes (Fig. 12.1).
- Intuitivamente B es poderosa *frente a* A y C ... pero no frente a D .
- ¿Qué principio general nos lleva a esa conclusión?

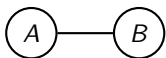
Cuatro principios candidatos

- **Dependencia:** A y C dependen por completo de B como fuente de valor; B tiene varias fuentes.
 - **Exclusión:** si cada quien eligiera un “mejor amigo”, B puede escoger unilateralmente entre A y C , excluyendo al otro. (No tiene ese poder sobre D .)
 - **Saciedad** (satiation): rendimientos decrecientes. B acumula valor más rápido; ya saciada, solo le interesa mantener las relaciones si obtiene una parte desigual.
 - **Intermediación** (betweenness, sección 3.6): si el valor fluye por caminos y no solo por aristas, importa estar entre muchos pares de nodos. Es una medida de *centralidad*.
- ⇒ Aviso: para el poder que surge de asimetrías en relaciones de a dos, la centralidad puede ser **engañoso**.

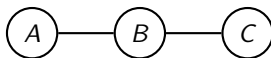
El experimento de intercambio en redes

- Un sujeto por nodo de un grafo pequeño; cada quien negocia por mensajería con sus vecinos, en sesiones simultáneas y separadas.
 - Sobre cada arista se pone un **fondo de recursos** (digamos \$1) que los dos extremos deben repartirse. A ese reparto lo llamamos un **intercambio** (exchange).
 - **Regla de un intercambio** (one-exchange rule): cada nodo cierra a lo sumo un intercambio; al acordar con alguien, sus otras negociaciones se cortan.
- ⇒ Los intercambios de una ronda forman un **emparejamiento** (matching), *no* necesariamente perfecto.
- Se repite muchas rondas con los mismos sujetos. Hallazgo robusto: los resultados casi no cambian con la información que se les da sobre el resto de la red.

Resultados del experimento de intercambio de redes



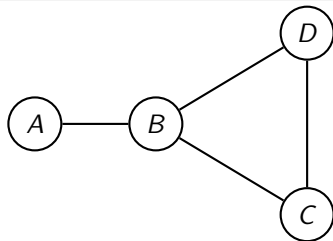
(a)



(b)

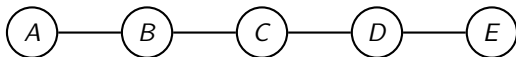
- **Dos nodos:** La teoría predice un reparto igual, y eso es lo que se observa.
- **Tres nodos:** *B* puede recurrir a negociar con *C* o con *A*. En cada ronda uno de *A* o *C* queda excluido, y los excluidos piden menos en la siguiente: *B* obtiene cerca de $5/6$.

Camino de cuatro nodos: poder débil



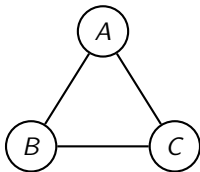
- Hay un resultado en el que *todos* intercambian y otro en el que *B* y *C* intercambian entre sí, excluyendo a *A* y *D*.
- *B* tiene poder sobre *A*, pero más débil que en el camino de tres: si excluye a *A*, ella misma paga un precio, porque debe buscar a *C*, que ya tiene una alternativa atractiva en *D*.
- La amenaza de *B* es **costosa de ejecutar**.
- Experimentalmente *B* obtiene entre $\frac{7}{12}$ y $\frac{2}{3}$, pero no más: es el **poder débil** (weak power).

Camino de cinco nodos: el centro es débil



- C ocupa la posición “central” y sin embargo es **débil**.
 - Sus únicas opciones son B y D , y cada uno tiene una alternativa muy atractiva (A y E). C puede ser excluido casi tan fácilmente como ellos.
 - *Los socios de C tienen acceso a nodos muy débiles, y eso vuelve débil a C . En experimentos apenas hace algo mejor que A y E .*
- ⇒ La **centralidad engaña**. (Depende de la regla de un intercambio: si B y D pudieran hacer dos, C pasaría a ser quien excluye.)

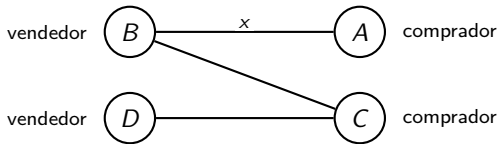
Grafo de triángulo



Triángulo (Fig. 12.4)

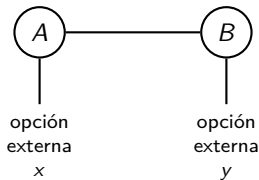
- **Triángulo:** Solo cabe un intercambio, siempre hay un excluido, y ese excluido puede romper el acuerdo ofreciendo casi todo. El proceso cicla y solo lo detiene el límite de tiempo: **nunca se estabiliza.**

Conexión con las redes comprador-vendedor



- El camino $A-B-C-D$ como mercado: B y D tienen una unidad; A y C tienen dinero y valoran una unidad en 1.
- Si B le vende a A al precio x , sus pagos son x y $1 - x$: **es exactamente** el reparto de \$1 (Fig. 12.5). La regla de un intercambio equivale a una unidad por vendedor y una por comprador.
- Dos advertencias: (i) solo funciona en grafos **bipartitos** (el triángulo y el tallo no lo son); (ii) la equivalencia es **matemática, no conductual**.

Negociación con opciones externas



- A y B reparten \$1, pero A puede abandonar y quedarse con x , y B con y (Fig. 12.6).
- Si $x + y > 1$ no hay acuerdo posible; suponemos $x + y \leq 1$.
- A exige al menos x y B al menos y : la negociación es en realidad por el **excedente**

$$s = 1 - x - y \geq 0.$$

La solución de negociación de Nash

Solución de negociación de Nash (Nash bargaining solution)

Con opciones externas x e y ($x + y \leq 1$) e *igual poder de negociación*, A y B dividen el excedente por mitades:

$$A: x + \frac{1}{2}s = \frac{x + 1 - y}{2}, \quad B: y + \frac{1}{2}s = \frac{y + 1 - x}{2}.$$

- En la teoría del intercambio en redes se le llama **resultado equidependiente** (equidependent): cada quien depende igualmente del otro.
- Moraleja: *asegurar una opción externa fuerte antes de que empiece la negociación* es determinante.
- Por ahora es un principio autocontenido apoyado por experimentos. En 12.9 lo *derivaremos* como equilibrio de un juego.

El juego del ultimátum

- La teoría admite desbalances extremos, pero en el camino de tres nodos el centro no lleva a sus socios a 0: se observa $\frac{5}{6}-\frac{1}{6}$. ¿Qué frena el extremo?
- El **juego del ultimátum** (Ultimatum Game) aísla el fenómeno:
 - 1 a A se le da un dólar y debe *proponer* un reparto a B ;
 - 2 B decide *aceptar* o *rechazar*;
 - 3 si acepta, cada quien se queda con lo propuesto; si rechaza, **ambos reciben cero**.
- Interacción única y anónima, sin repetición.
- Con agentes que solo maximizan dinero: B acepta cualquier oferta positiva, luego A propone \$0,99 para sí y \$0,01 para B . Poder extremo, reparto extremo.

Lo que realmente hacen las personas

- Güth, Schmittberger y Schwarze (1982): quienes hacen de A ofrecen repartos bastante equilibrados — en promedio cerca de un **tercio**, y muchos la mitad exacta. Las ofertas muy desbalanceadas **se rechazan**.
 - Muy robusto: se sostiene con montos grandes y se replica en muchos países, con variaciones culturales pero la misma tendencia.
 - No contradice la teoría de juegos: *el pago debe reflejar la evaluación completa del resultado*. Ser tratado injustamente tiene un pago emocional negativo, y A lo anticipa.
- ⇒ Donde los modelos predicen 0–1, con personas reales veremos desbalances amplios pero no extremos, del orden de $\frac{1}{6}$ – $\frac{5}{6}$.

¿Qué es un resultado?

Definición: resultado (outcome)

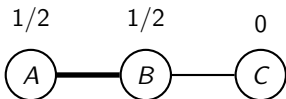
Un **resultado** del intercambio en una red consta de:

- 1 un **emparejamiento** sobre los nodos, que indica quién intercambia con quién (regla de un intercambio);
- 2 un **valor** para cada nodo: cuánto obtiene de su intercambio.

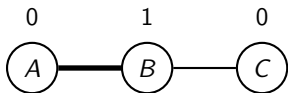
Si dos nodos están emparejados, sus valores **suman** 1. Si un nodo no está emparejado, su valor es 0.

- Entre los muchísimos resultados posibles, buscamos los que esperaríamos ver en un experimento.
- Primera exigencia: que ningún par de nodos pueda romperlo en beneficio mutuo.

Un resultado inestable y uno estable



(a) unstable



(b) estable

- En (a), C puede ofrecerle $\frac{2}{3}$ a B (quedándose con $\frac{1}{3}$) para que rompa con A . A ambos les conviene: el resultado es **inestable**.
- En (b) a C también le va mal, pero no puede hacer nada: B ya recibe 1. El resultado, aunque desigual, es **estable**.
- Aristas gruesas = emparejamiento; números = valores (Fig. 12.7).

Inestabilidad y estabilidad

Definición: inestabilidad

Dado un resultado, una **inestabilidad** es una arista que *no* está en el emparejamiento, con extremos X e Y , tal que

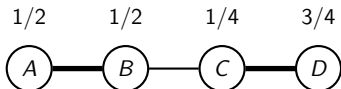
$$\text{valor de } X + \text{valor de } Y < 1.$$

Definición: estabilidad

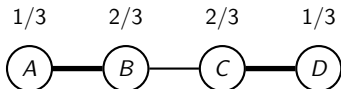
Un resultado es **estable** si y solo si no contiene ninguna inestabilidad.

- Los dos ingredientes: X e Y tienen la *oportunidad* de romper el statu quo (los une una arista) y el *incentivo* (juntos obtienen menos de lo que podrían repartirse).
- Esperamos observar resultados estables, y en las redes que tienen alguno es lo que se observa.

La estabilidad explica los casos extremos



(c) inestable: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} < 1$



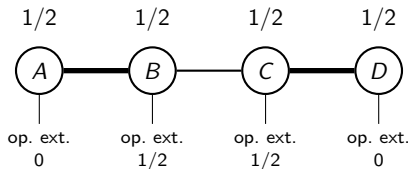
(e) estable: $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \geq 1$

- **Camino de 3 nodos:** los únicos resultados estables dan 1 a B ; si recibiera menos, la arista libre sería una inestabilidad.
- **Camino de 5 nodos:** los únicos estables dan 1 a B y D . El modelo capta que el centro C es débil.
- **Triángulo: no existe** resultado estable. Siempre hay un excluido con valor 0, y de los otros dos al menos uno recibe menos de 1: esa arista es una inestabilidad.

Limitaciones de la estabilidad

- **Permite extremos:** predice 0–1 donde las personas llegan a lo sumo a $\frac{1}{6}$ – $\frac{5}{6}$. Es fácil de interpretar gracias al ultimátum, y no es grave.
 - **Es demasiado permisiva con el poder débil:** en el camino de cuatro nodos, con el emparejamiento de las aristas exteriores, *cualquier* reparto en el que B y C sumen al menos 1 es estable. Incluye “todos a $\frac{1}{2}$ ” (que ignora la ventaja de B y C) y también $\frac{1}{4}$ – $\frac{3}{4}$ (que les da demasiado).
- ⇒ Necesaria pero no suficiente: admite demasiados resultados que no se observan. Hay que **refinarla**.

La red provee las opciones externas



- La **opción externa** de un nodo es lo máximo que puede conseguir robándole un vecino a su pareja actual: la provee la red.
- Con “todos a $\frac{1}{2}$ ”: B puede ofrecerle $\frac{1}{2}$ a C y arrebatárselo a D , así que su opción externa es $\frac{1}{2}$; lo mismo C . A y D no tienen alternativa: 0.
- Pero entonces $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}$ entre A y B **no es** la solución de Nash: con opciones 0 y $\frac{1}{2}$, Nash daría $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{4}$ (Fig. 12.8(a)).

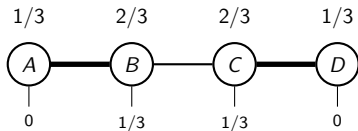
Resultados balanceados

Definición: resultado balanceado (balanced outcome)

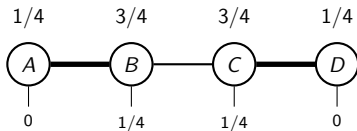
Un resultado es **balanceado** si, para *cada* arista del emparejamiento, el reparto del dólar es la **solución de negociación de Nash** de sus dos nodos, dadas las **mejores opciones externas** que les provee el resto de la red con esos mismos valores.

- Es **autorreferente**: los valores determinan las opciones externas, y las opciones externas deben justificar los valores.
- Equilibra dos extremos: impide que B y C obtengan demasiado poco (Fig. 12.8(a)) y también demasiado (Fig. 12.8(c)).

Balanceado y no balanceado en el camino de cuatro nodos



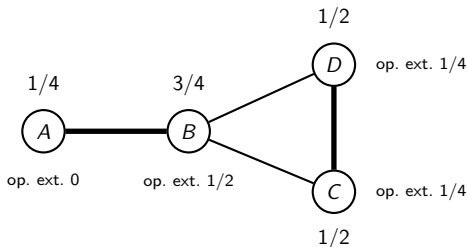
(b) balanceado



(c) no balanceado

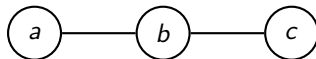
- En (b): para robarle C a D , B tendría que ofrecerle $\frac{2}{3}$ y quedarse con $\frac{1}{3}$. Con opciones 0 y $\frac{1}{3}$, Nash da justamente $\frac{1}{3}$ – $\frac{2}{3}$. **Autoconsistente.**
- En (c): las opciones serían 0 y $\frac{1}{4}$, y Nash daría $\frac{3}{8}$ – $\frac{5}{8}$. No balanceado.
- **Balance $\Rightarrow$ estabilidad:** cada nodo obtiene al menos su mejor opción externa, luego ninguna arista libre es una inestabilidad. **El recíproco es falso.**

El grafo tallo: el modelo capta diferencias finas



- C y D intercambian en términos iguales; eso le da a B una opción externa de $\frac{1}{2}$, y Nash entre A y B da $\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$ (Fig. 12.9, balanceado único).
- En el camino de cuatro B obtenía $\frac{2}{3}$: el modelo capta que su ventaja en el tallo es *ligeramente mayor*.
- **Existencia:** toda red con resultado estable tiene también uno balanceado. En juegos cooperativos, estabilidad $\approx$ **núcleo** y balance $\approx$ núcleo + **kernel**.

Ejercicio 2 (12.10, #2)



¿a quién me conecto?

- Se corre un experimento de intercambio con la regla de un intercambio sobre el camino $a-b-c$.
- Usted es un cuarto nodo d y debe conectarse con **una sola arista** a alguno de los nodos existentes.
- ¿Cómo debe conectarse para quedar en la posición más poderosa posible?

Ejercicio 2: solución

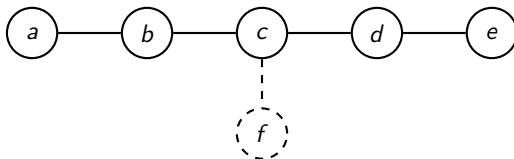
- **Conectarse a a** (o simétricamente a c).
- Si d se conecta a b , la red es una estrella con centro b : en todo resultado estable b recibe 1 y las tres hojas 0. d sería un nodo excluible más.
- Si d se conecta a a , la red es el **camino de cuatro nodos** $d-a-b-c$, cuyo resultado balanceado es

$$d = \frac{1}{3}, \quad a = \frac{2}{3}, \quad b = \frac{2}{3}, \quad c = \frac{1}{3},$$

y todos participan en un intercambio.

- ⇒ d pasa de 0 a $\frac{1}{3}$ y, de paso, *destruye* el poder fuerte de b , que baja de 1 a $\frac{2}{3}$ porque su vecino a ya tiene alternativa.
- Lección: conviene unirse a un nodo *débil*, no al más central. El poder viene de que *mi* socio no tenga alternativas.

Ejercicio 3 (12.10, #3)



- Experimento con la regla de un intercambio y \$10 sobre cada arista.
- (a) ¿Qué nodo o nodos espera que ganen más dinero?
- (b) Ahora se agrega un sexto nodo f , unido por una sola arista a c .
¿Qué le pasa al poder relativo de los participantes?

Ejercicio 3: solución

- (a) b y d : los únicos resultados estables les dan el total (\$10 cada uno), dejando en 0 a a , c y e . El centro c es débil porque sus socios tienen alternativas muy atractivas.
- (b) Con f colgando de c , el único emparejamiento perfecto es $\{a-b, c-f, d-e\}$ y el resultado balanceado es

$$a = e = f = \frac{1}{3}, \quad b = c = d = \frac{2}{3} \quad (\$3,33 \text{ y } \$6,67).$$

- Verificación: la opción externa de b es $1 - c = \frac{1}{3}$, luego Nash con a da $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$; la de c es $1 - b = \frac{1}{3}$ y la de f es 0, luego Nash da $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$. Las aristas libres $b-c$ y $c-d$ suman $\frac{4}{3} \geq 1$: es estable.
- ⇒ c pasa de ser el más débil a estar en pie de igualdad con b y d ; b y d caen de poder fuerte a poder débil; y f es el nuevo nodo débil.

¿De dónde sale la solución de Nash?

- Nash la formuló de forma **axiomática**: escribió axiomas que todo resultado de negociación debería satisfacer y mostró que la caracterizan.
- ¿Se puede obtener la misma solución de un modelo que tome en serio el **comportamiento estratégico**? Es decir, ¿existe un *juego* cuyo equilibrio sea la solución de Nash?
- Sí: Binmore, Rubinstein y Wolinsky (años 80), sobre la formulación de la negociación de Rubinstein.
- La idea es formalizar una conversación como esta:
 - A: Te doy el 30 % del dólar.
 - B: No, quiero el 40 %.
 - A: ¿Qué tal 34 %?
 - B: Me quedo con 36 %.
 - A: De acuerdo.

El juego dinámico de negociación

- A y B reparten \$1, con opciones externas x e y y $x + y < 1$ (**desigualdad estricta**, a diferencia de 12.5).
- **Periodo 1:** A propone (a_1, b_1) ; B acepta (fin) o rechaza. **Periodo 2:** B propone (a_2, b_2) ; A acepta o rechaza. A propone en los impares y B en los pares, indefinidamente.
- **Presión por cerrar:** al final de cada ronda, con probabilidad fija $p > 0$ las negociaciones se **rompen** y cada quien toma su opción externa.

(Periodo 1) A : (.70, .30)? B : Rechaza.

(Periodo 2) B : (.60, .40)? A : Rechaza.

(Periodo 3) A : (.66, .34)? B : Rechaza.

(Periodo 4) B : (.64, .36)? A : Acepta.

Qué vamos a buscar, y dos dificultades

- Concepto de solución: **equilibrio perfecto en subjuegos** (el mismo del capítulo 11).
- Dos diferencias con los juegos dinámicos de la sección 6.10:
 - el conjunto de estrategias en cada propuesta es **infinito**; esto no causa problemas;
 - el **horizonte es infinito**: no hay un último periodo desde el cual razonar hacia atrás. Esto sí obliga a cambiar de método.
- El resultado será doble:
 - 1 existe un equilibrio perfecto en subjuegos en el que **la primera oferta de A se acepta**;
 - 2 ese reparto depende de p y **cuando $p \rightarrow 0$ converge a la solución de Nash**.
- Interpretación: cuando la negociación difícilmente se rompe pronto, la solución de Nash es una buena predicción aproximada.

Primer paso: la versión de dos periodos

Supongamos que el juego termina con seguridad al final del periodo 2 (y que puede romperse con probabilidad p al final del periodo 1):

- A acepta (a_2, b_2) si $a_2 \geq x$: al no haber más rondas, solo compara a_2 contra x .
- Entonces B no ofrece más que x : propone $(x, 1 - x)$. Como $x + y < 1$, se tiene $1 - x > y$, así que B lo prefiere a la ruptura.
- Si B rechaza en el periodo 1: con probabilidad p todo se rompe y recibe y ; si no, llega al periodo 2 y recibe $1 - x$. Su pago esperado al rechazar es

$$z = py + (1 - p)(1 - x),$$

luego acepta cualquier oferta de al menos z .

- A propone $(1 - z, z)$. Le conviene frente a x : como $y < 1 - x$ y z es promedio ponderado de y y $1 - x$, resulta $z < 1 - x$, o sea $1 - z > x$.

Estática comparativa en p (dos periodos)

$$b_1 = z = py + (1 - p)(1 - x)$$

- p **cercano a 1**: $z \approx y$. B apenas obtiene su opción externa y A se queda con casi todo el excedente: la oferta de A es probablemente la única que se hará.
- p **cercano a 0**: $z \approx 1 - x$. A queda casi reducido a su opción externa, porque B sabe que hará la última oferta y puede ignorar la primera.
- $p = \frac{1}{2}$: los pagos son *exactamente* la solución de Nash — cada quien recibe su opción externa más la mitad del excedente.
- Pero es artificial: ¿por qué exactamente dos rondas y por qué $p = \frac{1}{2}$? Es más razonable permitir negociaciones largas con una probabilidad pequeña de ruptura.

Horizonte infinito: estrategias estacionarias

- En la versión de dos periodos las ofertas *no se rechazan* en equilibrio: retrasar arriesga perder el excedente, y cada quien puede ofrecer exactamente el mínimo que el otro aceptaría.
 - Ventaja del horizonte infinito: tras un par de ofertas queda por jugar *otra copia exacta* del mismo juego. La estructura no cambia con el tiempo.
- ⇒ Buscamos un **equilibrio estacionario**: cada jugador propone siempre el mismo reparto y tiene un **monto de reserva** fijo para aceptar.
- Se describe con unos pocos números: el reparto (a_1, b_1) que ofrece A , el reparto (a_2, b_2) que ofrece B , y los montos de reserva a y b . Como son repartos de un dólar, $b_1 = 1 - a_1$ y $a_2 = 1 - b_2$.

Las ecuaciones del equilibrio estacionario

Cada quien ofrece lo mínimo que hace aceptar al otro:

$$b_1 = b, \quad a_2 = a. \quad (1)$$

B fija su monto de reserva donde le es indiferente aceptar o rechazar: si rechaza, con probabilidad p el juego termina y recibe y ; si no, propone ella y su oferta se acepta, recibiendo b_2 . Análogamente para A :

$$b_1 = p y + (1 - p) b_2, \quad a_2 = p x + (1 - p) a_1. \quad (2)$$

- Estas ecuaciones bastan para que el par de estrategias estacionarias sea un equilibrio. Sustituyendo $b_1 = 1 - a_1$ y $a_2 = 1 - b_2$ quedan dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$1 - a_1 = p y + (1 - p) b_2, \quad 1 - b_2 = p x + (1 - p) a_1.$$

La solución y el límite $p \rightarrow 0$

$$a_1 = \frac{(1-p)x + 1-y}{2-p}, \quad b_2 = \frac{(1-p)y + 1-x}{2-p},$$

y como la oferta inicial de A se acepta, B recibe

$$b_1 = 1 - a_1 = \frac{y + (1-p)(1-x)}{2-p}.$$

- Si $p \rightarrow 1$: $a_1 \approx 1 - y$ y $b_1 \approx y$. A se lleva casi todo el excedente, porque la negociación probablemente se rompe justo después de su oferta inicial.
 - Si $p \rightarrow 0$, los pagos convergen a $(\frac{x+1-y}{2}, \frac{y+1-x}{2})$: **exactamente** la solución de Nash.
- ⇒ La solución axiomática emerge del comportamiento estratégico bajo un modelo sencillo de negociación.
- Advertencia: los experimentos tienen *muchas* negociaciones simultáneas y un límite de tiempo, no una probabilidad de ruptura. Extenderlo a toda una red es un problema **abierto**.

Mensajes principales

- **Capítulo 11.** *Todo* equilibrio de una red comercial es socialmente eficiente. La estructura no determina *cuánto* valor se crea, sino *quién* se lo queda: un intermediario gana en algún equilibrio si y solo si tiene una **arista esencial**. La competencia perfecta es un fenómeno estructural, y puede ser implícita.
- **Capítulo 12.** El poder es el desbalance en el reparto del valor de una relación, y la posición en la red lo explica en buena parte. La centralidad puede engañar.
- **Estabilidad** (núcleo) explica el poder fuerte y las redes patológicas como el triángulo, pero es demasiado permisiva. **Balance** la refina con la solución de Nash y opciones externas provistas por la red, y reproduce el poder débil e incluso diferencias finas entre redes.
- Los experimentos moderan los extremos (ultimátum) y el enfoque de Rubinstein *fundamenta* la solución de Nash en lugar de postularla.
- Lo que falta: creencias e información en los mercados (capítulo 22) y redes de información (clase 4).

Referencias

- D. Easley y J. Kleinberg (2010). *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World*. Cambridge University Press. **Capítulos 11 y 12**.
- L. Blume, D. Easley, J. Kleinberg y É. Tardos (2009). *Trading networks with price-setting agents*. — eficiencia y aristas esenciales (11.5–11.6).
- R. Emerson (1962). *Power-dependence relations*. — el poder como propiedad de una relación (12.1).
- K. Cook y T. Yamagishi (1992). *Power in exchange networks*. — resultados equidependientes.
- W. Güth, R. Schmittberger y B. Schwarze (1982). *An experimental analysis of ultimatum bargaining*. — juego del ultimátum (12.6).
- J. Nash (1950). *The bargaining problem*. — solución axiomática (12.5).
- A. Rubinstein (1982). *Perfect equilibrium in a bargaining model*; K. Binmore, A. Rubinstein y A. Wolinsky (1986). *The Nash bargaining solution in economic modelling*. — enfoque estratégico (12.9).
- J. Kleinberg y É. Tardos (2008). *Balanced outcomes in social exchange networks*. — existencia y cálculo de resultados balanceados.